

ЗАДАЧА 4.10

Выполнила: Погосбекян Мария, студентка 305 ВМК МГУ

УСЛОВИЕ

- ▶ Волновой пакет состоит из двух составляющих с длинами волн λ_0 и $\lambda_0 + \Delta\lambda$, причем $\Delta\lambda \ll \lambda$.
Покажите, что число длин волн, укладывающихся между двумя нулями огибающей, приблизительно равно $\lambda_0 / \Delta\lambda$

Уравнение первой волны: $A \cos(\omega t + kx)$

Уравнение второй волны: $A \cos((\omega + \Delta\omega)t + (k + \Delta k)x)$

Так как k , ω нам не даны, но мы знаем длины волн, то мы можем вычислить k и ω

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0} \rightarrow k + \Delta k = \frac{2\pi}{\lambda_0 + \Delta\lambda} \Rightarrow \Delta k = -\frac{2\pi\Delta\lambda}{(\lambda_0 + \Delta\lambda)\lambda_0} \quad \Delta\lambda \ll \lambda_0 \Rightarrow \Delta k = -\frac{2\pi\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

$$\blacktriangleright w = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \rightarrow w + \Delta w = \frac{2\pi c}{\lambda_0 + \Delta\lambda} \rightarrow \Delta w = -\frac{2\pi c \Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)} \rightarrow \Delta\lambda \ll \lambda_0 \Rightarrow \Delta w = -\frac{2\pi c \Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

Запишем уравнение для волнового пакета:

$$A \cos(wt + kx) + A \cos((w + \Delta w)t + (k + \Delta k)x) = 2A \cos\left(\frac{t(2w + \Delta w) + x(\Delta k + 2k)}{2}\right) \cos\left(\frac{\Delta w t}{2} + (x) \frac{\Delta k}{2}\right) =$$

$$\{\Delta w \ll w, \Delta k \ll k\} = 2A \cos(wt + kx) \cos\left(\frac{\Delta w t}{2} + \frac{\Delta k x}{2}\right) =$$

$$2A \cos\left(\frac{2\pi(ct + x)}{\lambda_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi\Delta\lambda(ct + x)}{\lambda_0^2}\right)$$

Период первого косинуса меньше периода второго => т.к. огибающая характеризуется большим периодом, то получается, что $T = \frac{2\pi}{w} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$, а $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} < \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow$ число длин волн, укладывающихся между двумя нулями огибающей, приблизительно равно $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$

ГРАФИК

$$\triangleright 2A \cos\left(\frac{2\pi(ct+x)}{\lambda_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi\Delta\lambda(ct+x)}{\lambda_0^2}\right)$$

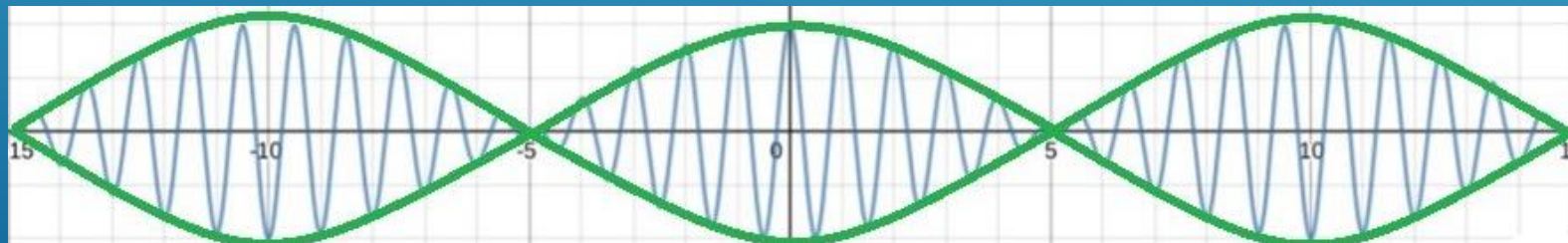
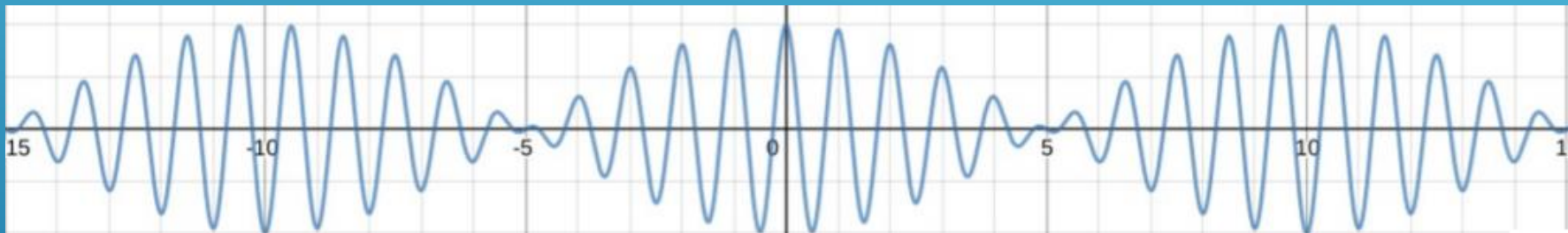


График по коорд. X, зеленое - огибающая